

Att lyckas med problemlösning – huvudmålet i grundskolans matematik

Ingrid Olsson. Har du några funderingar så är min mailadress:
ingrid.olsson5@bredband.net

Problemlösning som huvudmål

Problemlösning har länge haft en central roll i matematikämnet. Förmågan att tänka logiskt och kreativt samt att reflektera över rimlighet ska tränas i matematik och sedan komma alla ämnen tillgodo.

Kursplanen

Mål att sträva mot

- utvecklar sin förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen,

Åk 3

Kunna undersöka elevnära matematiska problem, pröva och välja lösningsmetoder och räknesätt samt uppskatta och reflektera över lösningar och deras rimlighet.

Mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det femte skolåret

Eleven skall ha förvärvat sådana grundläggande kunskaper i matematik som behövs för att kunna beskriva och hantera situationer och lösa konkreta problem i elevens närmiljö.

...nionde skolåret

.....lösa problem som vanligen förekommer i hem och samhälle och som behövs som grund för fortsatt utbildning.

Kursplan med kommentarertredje skolåret s 14

Målet handlar om att undersöka elevnära problem för att utveckla goda problemlösningstrategier. En del i att undersöka elevnära matematiska problem är att föra ett matematiskt resonemang, det vill säga att dels enskilt och dels i samtal och diskussioner med andra ställa frågor, motivera eller förklara. En annan del handlar om att pröva och välja lösningsmetoder och räknesätt beroende på problemets karaktär samt att uppskatta och reflektera över lösningar och deras rimlighet. Det kan vara att göra en uppskattning med hjälp av överslagsräkning, eller att reflektera genom att tänka igenom lösningar och deras rimlighet.

Problemuppgift eller rutinuppgift?

Ofta brukar en problemuppgift definieras som en uppgift där man inte vet lösningen direkt utan att det finns något hinder man måste klara av. Det innebär att uppgiften: *Du har 3 kriter och får 2 till. Hur många kriter har du då?* inte är någon problemuppgift för en sjuåring utan en rutinuppgift. Däremot är följande en problemuppgift: *Moa köpte tre pinnglassar för 8 kr/st. Hur många strutar för 12 kr/st skulle hon kunna få för samma kostnad?* Men om vi ger den uppgiften till en elev i årskurs 6 så är det en rutinuppgift. Det som är en problemuppgift för en elev kan alltså vara en rutinuppgift för en annan.

Med *matematiska problem* avses här uppgifter där eleven inte direkt känner till hur problemet ska lösas utan måste undersöka och pröva sig fram för att finna en lösning.

Kommentarer mål åk 3

PISA-uppgiften Bokhyllor är från 2003 och finns i Uppgiftsrapport till Rapport 254 .Best.nr 05:911 Fritzes.(Tyvärr tror jag inte den finns längre) Eleverna är 15 år och till denna uppgift får de ha tillgång till miniräknare.

Korrekt svar för Sverige: 61 %. Flickor 64% och pojkar 58%.

Var ligger svårigheterna?

- Ord. En del elever lägger av när de möter ord de inte kan t ex komplett, komponenter, vinkeljärn. För att lösa textuppgifter räcker det inte med att kunna matteord, språket är viktigt.
- Läsningen. 70 % av misslyckanden antas bero på dålig läsförståelse. I ämnesprovet i svenska hade eleverna svårast för just läsförståelse av faktatexter. Svensklärarna har ett stort ansvar för elevernas möjligheter att klara textuppgifter i matematik! Vi kan inte plocka bort mer från texterna utan vi måste lära eleverna läsa.
- Det finns fakta man inte behöver. Eleverna är inte vana vid den uppgiftstypen. I vardagen ställs vi dagligen inför situationer då vi måste välja de fakta vi behöver ifrån en stor mängd. Alltså måste vi träna detta. Ett förslag var att eleverna gör uppgifter år varandra från kataloger, broschyrer, annonser eller tomförpackningar. (Ex visades)
- Begränsningar. Eleverna är inte vana vid uppgiftstypen. De har mött detta många gånger t ex byggt legobilar och sökt hjul. Jag visade hagdelar. Vi vuxna måste synliggöra detta för barn/elever.
- Så enkelt kan det inte vara tycker en del elever och går vidare utan att redovisa uppgiften.
- En del elever har ingen uthållighet utan ger upp alltför enkelt.

Läsförståelsen är viktig

Det är stor skillnad på att läsa en text i läseboken eller en skönlitterär text jämfört med att läsa och tolka information i en problemlösningssuppgift. I matematik är nämligen texterna väldigt koncentrerade och eleverna kan varken gissa sig fram eller hoppa över något om de ska förstå problemet fullt ut. God läsförståelse är därför en nödvändighet för att lyckas med textuppgifter. Idag ägnas mindre tid till att arbeta med studieteknik och texter än längre tillbaka, vilket kanske påverkar elevernas förmåga att angripa textuppgifter. Resultaten i de nationella proven visar också att just läsförståelse är det område där resultaten försämrats mest. I analysen av förra PISA-undersökningen för 15-åringar konstaterades att omkring 70% av missade lösningar på textuppgifterna berodde på dålig läsförståelse. Alla som undervisar i svenska måste alltså ta ett större ansvar för att hjälpa elever att bättre kunna tolka och arbeta med textuppgifter i matematik.

Singapore ligger alltid i topp vid internationella undersökningar i matematik. Där brukar framhållas: ”The problem is the words.” Observera att det inte bara gäller att förstå matteord utan även andra ord som finns i texterna som här för 15-åringar t ex komplett, komponent.

Läsningen – ett hinder eller en möjlighet?

Det är lätt att i skolstarten se läsningen som ett hinder för att arbeta med problemlösningstexter. Men om man tror på problemlösningens positiva effekter så kan man alltid hitta lösningar som att tex placera en läsare i varje elevgrupp eller låna läsare från fadderklass eller annan klass. Även de elever som inte själva kan läsa tränar läsförståelse genom att lyssna på läsarna och tolka det lästa. Eftersom eleverna gärna vill kunna läsa uppgifterna själva innebär detta en möjlighet att få eleverna intresserade av att lära sig läsa. Lärare som tidigt börjat med problemlösning har berättat att en annan vinst förutom bra mattekunskaper är att eleverna utvecklat bättre läsförståelse än tidigare klasser.

Uppgiftsorientering

Elevers förmåga till:

- koncentrerat arbete
- uppmärksamhet
- ihärdighet
- orientering mot uppgiften

avgörande för ett lyckat inlärningsresultat.

Räknesvårigheter och lässvårigheter
Ingvar Lundberg Görel Sterner

Detta kan tränas från förskolan, förskoleklass och skolan genom t ex:

Spel: kortspel, sällskapsspel, **schack**, pussel

Lekar: Packa pappas kappsäck, Tjugo frågor, Vem är jag? Vilket tal är jag?

Problemtänkande: Tändsticksproblem, Sudoku, Luffarschack.....

Då tränar barnen/eleverna även att TÄNKA och att DRA SLUTSATSER. Om vi möter barn som inte klarar det så måste vi sätta oss med dem och spela/leka tillsammans med dem och resonera högt så de förstår att man kan tänka ut saker och inte bara gissa.

Djupanalys av elevlösningar vid TIMSS 2007 (elever i fjärde resp åttonde skolår) visar att eleverna har svårt att avgöra vilka räknesätt som kopplas till olika situationer och då att det finns olika situationer som kopplas till varje räknesätt. (Situationer för de olika räknesätten finns på s 22 - 26)

Att hantera en textuppgift

Elever har nytta av att ha rutiner för hur de arbetar med en uppgiftstext för att förstå uppgiften och hitta bra lösningsstrategier. Vi måste hjälpa elever att utveckla rutiner för att hantera textuppgifter redan från år 1. Jag tog upp ett exempel på fyra enkla rader som ger LRSR.

Läs hela uppgiften. Vad handlar den om? Vad frågas det efter?

Rita till en mening i taget.

Skriv på mattespråket räkna ut.

Rimlighet. Är svaret rimligt?

Det är svårt för elever med rimlighet. Först och främst så krävs det att det är ett område som just den eleven känner till och sedan kan många svar variera ganska mycket t ex priser. Rimlighet är därför något som vi måste prata mycket kring.

Att rita

Ofta säger vi att eleverna ska rita, men hur menar vi då att de ska rita?. Varför ritas så få elever i årskurs 6 när det verkligen skulle underlätta? Kanske beror det på att de inte fått uppleva nyttan av att rita som stöd för att se en lösning. *Erik har 12 bollar. En fjärdedel av anatalet bollar är röda och två tredjedelar blå. Resten är gula. Hur många bollar är gula?* Att rita de tolv bollarna och markera färger på bollarna underlättar lösningen i de tidiga skolåren. Vi måste visa för eleverna hur de kan rita enkelt. En häst t ex kan vara en ring med fyra streck till ben. Viktigt!

Handlar det om fem kriterier så går det väl an. Men hur ska de göra om det i stället är 500 föremål. Då kan använda generalisering, som är så viktig inom matematiken. Vi kan rita en ruta som här betyder 500 i en annan uppgift 24 eller 5 miljoner. Vid addition ritas vi till et

område på rutan. Vid subtraktion "tar vi bort" en del av rutan. Jag visade ex. Då kan vi SE de operationer vi gjort. (Sådan ruta brukar vi använda när vi arbetar med bråk och procent).

Enligt mål i årskurs 3 ska eleverna kunna pröva och välja lämpliga lösningsmetoder samt reflektera över lösningens rimlighet och diskutera allt detta med andra. För att kunna argumentera för sitt tänkande och tolka andras måste eleverna få möjlighet **att arbeta tillsammans** kring uppgifter.

Att skriva egna liknande uppgifter

När eleverna löst en viss uppgiftstyp och resonerat tillsammans kan de visa om de förstått vad uppgiftstypen gick ut på genom att skriva en egen liknande uppgift. Det är den bästa diagnos läraren kan få på hur eleven uppfattat det man fokuserat på. Klassen får bra uppgifter på olika nivåer till sin uppgiftsbank och dessutom är det en bra skrivuppgift med många mottagare. Alltför mycket som eleverna skriver saknar mottagare. Det är inte alltid som någon har tid att läsa det skrivna utan det sätts bara in i en pärm.

Signalord styr lätt i textuppgifter

Ord som tillsammans, dyrare än, billigare än styr gärna in eleverna till ett visst räknesätt. Många elever tror t ex att om ordet *tillsammans* finns med så innebär det addition. Därför är det viktigt att vi gör dem uppmärksamma på att ordet *tillsammans* kan förekomma både vid addition och subtraktion som t ex *Erik har två kriterior och Moa har tre kriterior. Hur många kriterior har de tillsammans?* och *Erik och Moa har fem kriterior tillsammans. Hur många kriterior har Moa om Erik har två?* Sedan får eleverna skriva två textuppgifter där ordet tillsammans finns med på olika sätt. Om vi inte tidigt synliggör de vanligaste signalorden för eleverna kommer de att lyckas med många läroboksuppgifter men inte verklighetens.

Låt eleverna möta uppgifter och skriva egna uppgifter

med för mycket information
med för lite information
med signalord som tillsammans, dyrare, billigare
möjlighet att rita som tankestöd
och betona rimlighet
lämpliga för överslag

Lös en uppgift på olika sätt

Då flyttar vi direkt fokus från att endast tänka på rätta svar till processen, olika lösningsmetoder, vilket ger möjlighet att byta upp sig och bli bättre på att välja en lämplig lösningsmetod till olika typer av uppgifter.

Använd problemlösning som ett medel för att nå mål inom skolmatematikens olika områden.

Du hittar många förslag bland Känguruuppgifterna på ncm.gu.se

Använd rika problem

prata matematik.

Använd Känguruuppgifter, se ncm.gu.se

Att ha en progression i arbetet med problemlösning från F till årskurs 6

I de länder som ständigt intar topplaceringarna i internationella undersökningar i matematik arbetar lärare mycket målvetet med att hjälpa eleverna till att bli goda problemlösare. Tyvärr finns inte den traditionen i vårt land utan problemlösning har ofta inneburit lite

lösryckta uppgifter, lite kluringar och ibland rena rutinuppgifter. Elever har förväntats lösa problem genom att bara räkna blandade problem – utan guidning.

- **Vilka uppgiftstyper får barn/elever möta?
(vardagsfarenheter, konstruera uppgifter)**
- **Hur har de fått träna att t ex angripa textuppgifter, tolka text, rita för att för att konkretisera och använda olika strategier.**
- **Hur arbetar de med uppgifterna?**
 - ensam, tyst, facit styr
 - tillsammans , diskuterar, utvecklar, konstruerar
 - Vad händer om? /tankeproduktion)
 - Gör liknande uppgifter. (bra diagnos)
- **Var ligger fokus? Rätta svar/ Vägen fram till svaret**
- **Vad har barn/elever möjlighet att lära sig?**
- **Vad kan vi göra för att skapa goda lärandesituationer från förskola – gymnasium? Lärarna behöver TID för att reflektera gemensamt och bygga upp denna progression.**

Det räcker inte med att bara kunna räkna!

Litteratur

Skolverket, *Kursplan med kommentarer* (tredje skolåret) Skolverkets hemsida, lades ut den 19/1 och ska skickas ut till skolorna.

Skolverket, *Svenska elevers matematikfärdigheter i TIMSS 2007. En djupanalys av hur eleverna*

förstår centrala matematiska begrepp och tillämpar beräkningsprocedurer. 08:1075

Skolverket *TIMSS 2007* nr 08:1064 innehåller endast alla länders resultat.

www.ncm.gu.se Kängurusidan Problemlösning Artiklar

Anmäl er till Kängurtävlingen 2009!

Du är elevernas professionella problemlösningstränare!

Lycka till!

Ingrid Olsson